
Einführung in die Regelungstechnik

Sommersemester 2011

PROJEKT- WETTBEWERB

Regelung einer magnetischen Schwebevorrichtung

Martin Löhning



Universität Stuttgart
Institut für
Systemtheorie und Regelungstechnik

Regelung einer magnetischen Schwebvorrichtung

1 Motivation

Das Ziel des Projektwettbewerbes ist das Lösen einer konkreten Regelungsaufgabe in einer vorgegebenen Zeit in Gruppen. Im Vergleich zum Praktikum zur „Einführung in die Regelungstechnik“ steht beim Projektwettbewerb der ganzheitliche Prozess im Vordergrund. D.h. die Studierenden bearbeiten ein praktisches Beispiel von der Modellierung, Systemanalyse und Reglerentwurf bis zur Analyse des geschlossenen Regelkreises. Nach Abschluss des Projektwettbewerbes können die Studierenden insbesondere ihre Kenntnisse zur Analyse und Synthese einschleifiger linearer Regelkreise anwenden sowie grundlegende Zusammenhänge zwischen der Modellbildung, dem Vorsteuerungsentwurf und dem Reglerentwurf erkennen.

Als praktisches Beispiel wird die Regelung einer magnetischen Schwebvorrichtung betrachtet. Magnetische Schwebvorrichtungen, bzw. magnetische Lager sind für eine Vielzahl von Anwendungen interessant. Eine der bekanntesten industriellen Anwendungen von magnetischen Lagern ist der Transrapid. Aus Sicht der Regelung sind magnetische Lager interessant, da im allgemeinen die Ruhelage im Arbeitspunkt instabil ist und durch eine geeignete Regelung stabilisiert werden muss.

2 Systembeschreibung

Der Aufbau der Schwebvorrichtung ist in Abbildung 1 dargestellt. Die Schwebvorrichtung besteht aus zwei Elektromagneten, die im Abstand von 14 cm senkrecht übereinander angeordnet sind. Zwischen den beiden Elektromagneten befindet sich ein Glasstab, auf welchem sich die Magnetscheibe in senkrechter Richtung bewegen kann. Der obere Elektromagnet dient als Aktuator, der mittels Magnetfelder Kräfte auf die Magnetscheibe ausübt, um diese in senkrechter Richtung zu bewegen. Bei einer Spannung zwischen 0 V und 3 V am oberen Elektromagneten lassen sich im stationären Betrieb Abstände von 0 cm bis 3.5 cm zwischen dem Elektromagneten und der Magnetscheibe erreichen. Des weiteren wird die Position der Magnetscheibe durch einen Lasersensor gemessen, welcher innerhalb des oberen Elektromagneten angebracht ist. Ein durch eine Linse auf einen schmalen Streifen aufgeweiteter Laserstrahl wird dabei von der Oberfläche der Magnetscheibe reflektiert und die Intensität der Reflexion durch einen optischen Sensor in eine Spannung umgewandelt. Mit dieser Methode lassen sich im Bereich zwischen 0 cm und 6 cm relativ genaue Messungen erzielen.

3 Modellierung

Zur Modellbildung der Schwebvorrichtung wird nur die Dynamik der Magnetscheibe betrachtet, weil die Dynamik der Magnetspulen wesentlich schneller als die Dynamik der Magnetscheibe ist und daher mit hinreichender Genauigkeit vernachlässigt werden kann. Zur Modellierung der Schwebvorrichtung wird die in Abbildung 2 gezeigte schematische Regelstrecke der Schwebvorrichtung verwendet. Da es sich um ein rein translatorisches Problem mit einem Freiheitsgrad handelt, kann die Dynamik der Magnetscheibe in \tilde{y} -Richtung mittels des Impulssatzes aufgestellt werden.



Abbildung 1: Schwebevorrichtung der Firma ECP.

Mit Hilfe des Impulssatzes erhält man für die Magnetscheibe somit die Bewegungsgleichung

$$m\ddot{y} = -F_M - F_R + mg, \quad (1)$$

wobei mg die Schwerkraft, F_R die Reibkraft zwischen Magnetscheibe und Glasstab und F_M die Kraft des Magnetfeldes ist. Die magnetische Kraft F_M wird dabei nach [1] mit zwei frei wählbaren Parametern a , b wie folgt modelliert:

$$F_M = \frac{\tilde{u}}{a(\tilde{y} + b)^4}, \quad (2)$$

wobei \tilde{u} die Spannung an der Magnetspule des oberen Elektromagneten ist. Die Stellgröße \tilde{u} ist auf den Bereich $[-3\text{ V}, 3\text{ V}]$ beschränkt, da sich die Elektromagnete sonst zu stark erhitzen.

Um ein möglichst realitätsnahes Modell der Regelstrecke zu erhalten, muss noch die Reibung zwischen Magnetscheibe und Glasstab im Modell berücksichtigt werden. Die Reibkraft F_R wird als

$$F_R = \tilde{\alpha}_1 \dot{y} + \tilde{\alpha}_2 \text{sgn}(\dot{y}), \quad (3)$$

modelliert, d.h. die Reibkraft F_R setzt sich aus einem viskosen und einem Coulomb'schen Anteil zusammen. Somit ist die Regelstrecke

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ g - \alpha_1 \tilde{x}_2 - \alpha_2 \text{sgn}(\tilde{x}_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{ma(\tilde{x}_1 + b)^4} \end{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{y} &= \tilde{x}_1, \end{aligned} \quad (4)$$

mit $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2]^T = [\tilde{y}, \dot{\tilde{y}}]^T$, $\alpha_1 = \frac{\tilde{\alpha}_1}{m}$ und $\alpha_2 = \frac{\tilde{\alpha}_2}{m}$.

Für die Reglerentwürfe in Kapitel 4 wird die Regelstrecke (4) noch vereinfacht, indem die Reibkraft F_R nur durch einen viskosen Anteil modelliert wird, d.h. $F_R =$

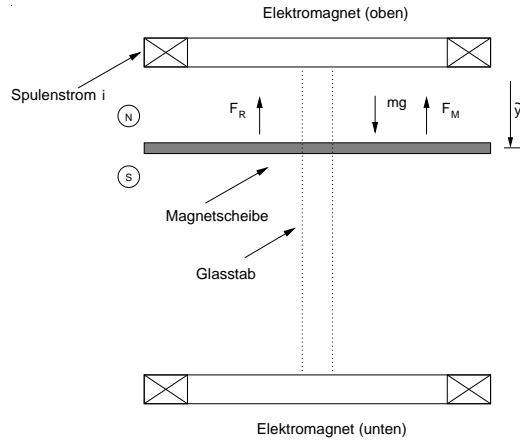


Abbildung 2: Schwebevorrichtung.

$\tilde{\alpha}_3 \dot{\tilde{y}}$. Die vereinfachte Regelstrecke ist mit $\alpha_3 = \frac{\tilde{\alpha}_3}{m}$

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ g - \alpha_3 \tilde{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{ma(\tilde{x}_1+b)^4} \end{bmatrix} \tilde{u} \quad (5)$$

$$\tilde{y} = \tilde{x}_1.$$

Für die Parameter der beiden Modelle existieren vom Hersteller gegebene Werte, die in der Tabelle 1 zusammengefasst sind.

Tabelle 1: Parameterwerte des Herstellers.

Parameter	nomineller Wert	Einheit
α_1	6.7	1/s
α_2	13.8	cm/s ²
α_3	15.0	1/s
a	$2.0736 \cdot 10^{-6}$	Vs ² /kg cm ⁵
b	6.7434	cm
m	0.125	kg
g	981	cm/s ²

Aufgrund äußerer Störungen gibt es Abweichungen zwischen dem Modell (4) und dem experimentellen Aufbau. Dies wird in den Modellen durch eine additive Störung d am Ausgang

$$y_d = \tilde{y} + d$$

berücksichtigt. Die Störung d ergibt sich aus einem bandbegrenzten weißen Rauschen mit einer Leistungsdichte von 10^{-4} und einer Korrelationslänge von $2.5 \cdot 10^{-3}$ durch Filterung mit der Übertragungsfunktion $G_d(s) = \frac{1}{0.05s+1}$.

4 Aufgaben

In diesem Kapitel soll die Regelstrecke (5) um den Arbeitspunkt $\tilde{x}_s = [1.5 \text{ cm } 0]^T$ stabilisiert werden. Hierzu werden zuerst die Parameter des Entwurfsmodells optimiert sowie das Systemverhalten analysiert. Anschließend wird in Abschnitt 4.3

die Stabilisierung des Arbeitspunktes mit Hilfe eines P- und PI-Reglers betrachtet. Weiterhin wird im Abschnitt 4.4 der Entwurf einer Folgeregelung für die schwebende Scheibe untersucht.

4.1 Parameterschätzung

Der reale Werte des Parameters b kann bis zu 10 Prozent vom nominellen Wert abweichen. Deshalb sollte vor dem modellbasierten Entwurf von Reglern dieser Parameter geschätzt werden.

Zur Schätzung des Parameterwerts wird ein Ein-/Ausgangsdatensatz benötigt. Da die betrachtete Ruhelage instabil ist, kann kein Ein-/Ausgangsdatensatz des offenen Kreises verwendet werden. Deshalb wurde der Kreis mit einem P-Regler mit $P = -15$ geschlossen, um die Ruhelage zu stabilisieren. Von diesem geschlossenen Kreis wurde ein Datensatz aufgenommen und auf der Homepage des Projektwettbewerbes hinterlegt. In diesem Datensatz wurde die Störung durch zusätzliche Maßnahmen verringert. Der Datensatz enthält eine Referenztrajektorie, die entsprechende Ein- \tilde{u} und Ausgangstrajektorie \tilde{y} .

Der Parameter kann mit der Matlab Funktion *fmincon* geschätzt werden. Für die Optimierung mittels *fmincon* wird eine Matlab-Funktion benötigt, die in Abhängigkeit von einem Parametersatz ein Maß die Güte des Modells berechnet. Auf der Homepage des Projektwettbewerbes finden Sie die Funktion *guetekriterium.m* sowie das Simulink-Modell *scheibeOptimierung.mdl*.

1. Schauen Sie sich an, welches Maß die Funktion *guetekriterium.m* berechnet.
2. Nutzen Sie anschließend den Matlab-Befehl *fmincon* um den realen Parameterwert zu schätzen.

Verwenden Sie die geschätzten Parameterwerte in den folgenden Aufgaben. Falls Sie Probleme bei der Schätzung der Parameterwerte haben, können Sie vorerst auch die nominellen Werten verwenden.

4.2 Systemanalyse

Für die späteren Reglerentwürfe wird die Zustandsraumdarstellung um den Arbeitspunkt $\tilde{x}_s = [\tilde{x}_{1s} \ 0]^T$ mit $\tilde{x}_{1s} > 0$ benötigt. Die Zustandsraumdarstellung um den Arbeitspunkt \tilde{x}_s mit $x = \tilde{x} - \tilde{x}_s$ und $u = \tilde{u} - mga(\tilde{x}_{1,s} + b)^4$ ist

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \alpha_3 x_2 - g \frac{(\tilde{x}_{1,s} + b)^4}{(x_1 + \tilde{x}_{1,s} + b)^4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{am(x_1 + \tilde{x}_{1,s} + b)^4} \end{bmatrix} u, \quad (6)$$

$$y = x_1.$$

1. Linearisieren Sie die Regelstrecke (6) um die Ruhelage $x = [0, 0]^T$. Geben Sie die linearisierte Regelstrecke in der Form

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bu, \\ y &= c^T x \end{aligned} \quad (7)$$

an. Nutzen Sie im Folgenden das Modell (7) und den Arbeitspunkt $\tilde{x}_s = [1.5 \ 0]^T$.

2. Bestimmen Sie den relativen Grad der Regelstrecke (7).

3. Bestimmen Sie die Eigenwerte der Regelstrecke (7).
4. Ist die Regelstrecke (7) asymptotisch stabil?
5. Ist die Regelstrecke (7) steuerbar?
6. Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ von (7) an.

4.3 Stabilisierung

Im Folgenden soll mit dem Matlab Design Tool *sisotool* ein stabilisierender P-Regler entworfen werden.

Nutzen Sie in diesem und dem nächsten Abschnitt das nichtlineare Modell (4) für die Sprungantworten, das lineare Modell (7) für den Reglerentwurf und den Arbeitspunkt $\tilde{x}_s = [1.5 \ 0]^T$. Verwenden Sie als Testsignal für beide Abschnitte einen Sprung von 1.5 auf 1.1 sowie die Anfangsbedingung $\tilde{x}(0) = [1.9 \ 0]^T$.

1. Im *sisotool* wird unter anderem eine sogenannte Wurzelortskurve verwendet. Eignen Sie sich die Bedeutung der Wurzelortskurve im Selbststudium an. Nutzen Sie für das Selbststudium z.B. [3, Abschnitt 10.2 und 10.3]. Innerhalb des Uni-Netzes ist das Buch [3] unter der Adresse www.springerlink.com online verfügbar.
2. Geben Sie im Matlab Command Window *sisotool* ein. Machen Sie sich mit der Oberfläche vertraut.
3. Nutzen Sie nun das *sisotool* um einen stabilisierenden P-Regler zu entwerfen. Beachten Sie das - unüblichen - Vorzeichen der Strecke.
4. Betrachten Sie die Sprungantwort des geschlossenen Kreises des nichtlinearen Modells (4).
5. Wird mit dem P-Regler eine bleibende Regelabweichung von 0 erreicht? Entwerfen Sie ggf. einen PI-Regler, um eine bleibende Regelabweichung von 0 zu garantieren.
6. Betrachten Sie ggf. die Sprungantwort des geschlossenen Kreises mit PI-Regler. Ist ein Anti-Windup erforderlich? Passen Sie ggf. Ihren Regler an.

4.4 Folgeregelung

Basierend auf dem stabilisierenden P oder PI-Regler soll eine Folgeregelung entworfen werden. Hierbei sollen folgende Reglerspezifikation erfüllt werden:

- Interne Stabilität des geschlossenen Regelkreises,
- Phasenreserve größer als 30 Grad,
- stationäre Verstärkung von 1.

Für die Folgeregelung ist ein Regelkreis mit zwei Freiheitsgraden geeignet.

1. Entwerfen Sie eine Vorsteuerung.
2. Betrachten Sie die Sprungantwort des geschlossenen Kreises mit Vorsteuerung und PI-Regler. Ist bei dieser Struktur ein Anti-Windup erforderlich? Passen Sie ggf. Ihren Regler an.

Im Folgenden sollen verschiedene Regelverfahren auf ihre Eignung überprüft werden. Verwenden Sie als Struktur einen Regelkreis mit zwei Freiheitsgraden. Für jedes Verfahren sollen sie den Regler entwerfen, analysieren und simulieren. Falls Sie ungeeignete Parameter gewählt haben, passen Sie den Regler oder die Vorsteuerung entsprechend an. Begründen Sie Ihr Vorgehen und erklären Sie die Ergebnisse. Welche Effekte sind sichtbar? Warum treten diese bei diesem Regler auf?

1. Untersuchen Sie, ob mit Hilfe des Loopshaping die Spezifikationen erfüllen und das Störverhalten verbessern können. Betrachten Sie insbesondere einen P, PI, sowie PI-Regler mit Lead- bzw. Lag-Element. Für den Entwurf können Sie z.B. das *sisotool* verwenden.
2. Können mit einer Zustandsrückführung mit Beobachter bessere Ergebnisse erzielt werden?
3. Vergleichen Sie abschließend die Regler (P, PI, PI mit Lead- bzw. Lag-Element, Zustandsrückführung mit Beobachter).

5 Wettbewerbsaufgabe

5.1 Ziel

Die Wettbewerbsaufgabe ist, einen Reglers so zu entwerfen, dass die Position der Scheibe inklusive der Störung möglichst genau einer Referenzgröße r folgt. Als Maß für die Regelgüte wird der quadratische Regelfehler

$$J = \int_{0\text{s}}^{10\text{s}} (r(t) - y_d(t))^2 dt$$

verwendet. Das Referenzsignal ist durch ein Chirp-Signal

$$r(t) = 1.5 \text{ cm} + h \cos(\pi t^2 + \phi)$$

mit der Amplitude h und unbekannter Phase ϕ gegeben. Von der Amplitude ist lediglich bekannt, dass sie sich im Bereich $[0, 0.5 \text{ cm}]$ befindet. Die Anfangsbedingung des Systems ist $\tilde{x}(0) = [1.5 \ 0]^T$.

Der Regler kann als Eingänge folgende Signale benutzen:

- Die Referenzgröße sowie deren erste und zweite Ableitung,
- die Zeit und
- die gestörte Position der Scheibe y_d .

Der Regler muss kausal sein. Insbesondere darf bei der Initialisierung des Reglers die Amplitude h und Phase ϕ *nicht* verwendet werden.

1. Laden Sie sich für die Wettbewerbsaufgabe das Matlab-Template herunter. Testen Sie verschiedene Regelstrategien und -verfahren aus, bis sie ein zufriedenstellendes Gütekriterium erreicht haben. Passen Sie hierfür die m-Datei *reglerInit.m* sowie den Simulink Subblock *Regler* entsprechend an. Verändern Sie *nur* den Subblock *Regler* sowie die m-Datei *reglerInit.m* - zumindest in der abgegebenen Version. Verwenden Sie nur Funktionen oder Blöcke, die in Matlab und Simulink enthalten sind.

Für die Gruppe mit der kleinsten Regelgüte gibt es einen kleinen Preis zu gewinnen.

5.2 Abgabe und Auswertung

Die Abgabe erfolgt per E-Mail: *martin.loehning@ist.uni-stuttgart.de*. Die E-Mail muss CC an die weiteren Teilnehmer der Gruppe geschickt werden.

Die Abgabe muss bis zum *24. Juni 2011* erfolgen.

Abzugeben sind:

- Die Simulink-Datei mit Ihrem Subblock *Regler*,
- ihre m-Datei *reglerInit.m* sowie
- ein Bericht als pdf-Datei im Umfang von 2-4 A4-Seiten im IFAC-Layout¹ mit der Beschreibung der Lösung zu den Aufgaben und der Wettbewerbsaufgabe. Begründen Sie Ihr Vorgehen.

Zum Bestehen des Projektwettbewerbes müssen die Aufgaben und die Wettbewerbsaufgabe ausführlich bearbeitet werden. Weiterhin muss ein guter Bericht geschrieben werden. Alle Teilnehmer müssen an den abschließenden Evaluationsgesprächen anwesend sein. Während dem Gespräch muss ersichtlich sein, dass alle Teilnehmer die Aufgabe bearbeitet haben.

Der Sieger des Projektwettbewerbes wird durch Simulation mit der Matlab Version R2010b ermittelt. Hierzu wird ihr Regler-Block in das Simulink-Template eingefügt. Als Modell der Strecke dient das Modell nach Gleichung (4) mit den realen Parameterwerten.

In Abschnitt 4.1 wurde für die Parameterschätzung ein Ein-/Ausgangsdatensatz zur Verfügung gestellt. Jegliche Abweichungen zwischen der Strecke, die dem Datensatz zugrunde liegt und dem Simulationsmodell zur Ermittlung des Siegers würden das Ergebnis nur unnötig verfälschen. Deshalb wurde der Ein-/Ausgangsdatensatz mit dem gleichen Simulationsmodell erstellt.

Beachten Sie, dass die Rechenzeit für die Simulation mit Initialisierung bei der Ermittlung des Siegers auf einem PC (Intel Core 2 Duo CPU, 789 MHz, 2 GB Ram) maximal 15 Minuten betragen darf.

6 Implementierung am Versuchsaufbau

Nach dem Projektwettbewerb können *drei* Gruppen Ihre Regler bis zu einem halben Tag am Versuchsaufbau implementieren und experimentell testen. *Best teams first!* Dies ist ein Angebot. Die Teilnahme ist *freiwillig*. Die Implementierung wird im Zeitraum 4. - 29. Juli 2011 stattfinden.

Literatur

- [1] Parks, T. R., Manual for Model 730 Magnetic Levitation System, Educational Control Products, 1999.
- [2] Seßner, B., Inbetriebnahme einer magnetischen Schwebevorrichtung, Institut für Systemtheorie und Regelungstechnik, Universität Stuttgart, 2005.
- [3] Lunze J., Regelungstechnik 1, 7., Auflage, Berlin: Springer-Verlag, 2008.

¹Vorlagen für Word und Latex gibt es unter <http://www.ifac-control.org/events/information-for-ifac-authors/>