

MATLAB Übung für Fortgeschrittene

Aufgabe 1

Lösen Sie die Black-Scholes Formel bei gegebenem Call-Preis numerisch nach der Volatilität auf. Speichern Sie das Ergebnis in der Variablen v . Benutzen Sie folgende Eingabewerte:

$$\begin{aligned}\text{Call-Preis } (C) &= 26.53 \\ \text{Basispreis } (S) &= 200 \\ \text{Ausübungspreis } (K) &= 200 \\ \text{Restlaufzeit } (T) &= 1 \text{ (Jahr)} \\ \text{risikoloser Zinssatz } (r) &= 0.1\end{aligned}$$

Aufgabe 2

Ein GPS-Empfänger empfängt Signale von 4 GPS-Satelliten. Ein Satellit sendet jeweils seine Koordinaten, sowie den Zeitpunkt der Sendung. Seien $p_i \in \mathbb{R}^3$, $i = 1, \dots, 4$, die von den Satelliten übermittelten Koordinaten sowie $t_i \in \mathbb{R}$ $i = 1, \dots, 4$, die Signallaufzeiten (die Differenz von Empfangs- und Sendezeitpunkt). Die Uhren der Satelliten sind exakt, der GPS-Empfänger misst jedoch aufgrund einer Messungenauigkeit statt t_i die Laufzeit $\tilde{t}_i = t_i - \delta$.

Aus der Signallaufzeit kann der GPS-Empfänger den Abstand zum jeweiligen Satelliten bestimmen.

$$\|x - p_i\|_2 = c \cdot (\tilde{t}_i + \delta),$$

wobei $x \in \mathbb{R}^3$ die unbekannte Position des GPS-Empfängers und $c = 299792.458 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ die Lichtgeschwindigkeit ist.

Laden Sie mit dem Befehl `load 'gpsdaten'` die 3×4 -Matrix `satpos` mit den Positionen der Satelliten und die beiden 3×1 Vektoren `signallaufzeiten1` und `signallaufzeiten2` in MATLAB und lösen Sie die Zielfunktion

$$F(x, \delta) = \begin{pmatrix} \|x - p_1\| - c \cdot (\tilde{t}_1 + \delta) \\ \|x - p_2\| - c \cdot (\tilde{t}_2 + \delta) \\ \|x - p_3\| - c \cdot (\tilde{t}_3 + \delta) \\ \|x - p_4\| - c \cdot (\tilde{t}_4 + \delta) \end{pmatrix} = 0$$

nach x (und δ) auf, suchen Sie die berechneten Koordinaten bei Google-Maps und geben Sie die Zielorte an.

Hinweis: Die Norm $\| \cdot \|$ gibt es in MATLAB mit der Funktion `norm()`.

Hinweis: Als Lösung $x \in \mathbb{R}^3$ erhalten Sie jeweils die Position des GPS-Empfängers in einem dreidimensionalen Koordinatensystem mit dem Erdmittelpunkt als Ursprung und der x-Achse in Richtung des Schnittpunktes des 0. Längengrades mit dem Äquator. Die y-Achse zeigt in Richtung des Schnittpunktes des 90. Grades östlicher Länge mit dem Äquator und die z-Achse zeigt zum Nordpol. Mit der folgenden MATLAB Funktion können Sie Ihre Lösung x in Breiten- und Längengrade umrechnen:

```
function [ B,L ] = carth2sphere( x )
    B = atan(x(3)/sqrt(x(1)^2+x(2)^2)) * 180/pi;
    L = acos((x(1))/(sqrt(x(1)^2+x(2)^2))) * 180/pi;
    if (x(2)<0)
        L = -L;
    end;
end
```